



BASES DE DATOS
Segundo Cuatrimestre de 2019

Calculo de llaves y Cubrimiento Mínimo Reducido: ejemplos

Calculo de llaves

Sea $F = \{KMS \rightarrow TN, LP \rightarrow MTS, LT \rightarrow K, LN \rightarrow S, MT \rightarrow L, S \rightarrow L, KT \rightarrow L\}$ un conjunto mínimo reducido definido sobre el esquema

Para encontrar todas las llaves candidatas distinguimos tres conjuntos de atributos del esquema $R(KLMNPSTU)$:

- Conjunto de atributos que *siempre* formarán parte de una llave: son aquellos atributos de R que no aparecen en ninguna d.f. de F ó aparecen solo del lado izquierdo de las d.f de F .
- Conjunto de atributos que *tal vez* formen parte de una llave: son aquellos atributos de R que aparecen tanto a izquierda como a derecha en las d.f. de F .
- Conjunto de atributos que *nunca* formarán parte de una llave: son aquellos atributos de R que aparecen solo a derecha en las d.f. de F .

En este caso los conjuntos de atributos son los siguientes:

| <i>siempre</i> | <i>tal vez</i> | <i>nunca</i> |
|----------------|----------------|--------------|
| PU | $KLMNST$ | |

Para calcular la llaves comenzamos verificando si los atributos que *siempre* forman parte de la llave, constituyen una llave. Para esto verificamos si PU_F^+ incluye todos los atributos de R : como $KMLNPSTU \not\subseteq PU_F^+ = PU$ entonces PU no es llave

Nota: si el conjunto de atributos de la columna *siempre* constituyen una llave, entonces podemos asegurar que es la única, ya que cualquier atributo que incorporemos a este conjunto generará una superllave.

Como el conjunto de atributos de la columna *siempre* no constituyen una llave debemos agregarle atributos de la columna *tal vez* hasta obtener una llave. Para esto analizaremos de todas la combinaciones posibles de manera ordenada, comenzando por los conjuntos de menos atributos. En este caso comenzaremos agregando un atributo al conjunto *siempre* (que tiene 2 atributos: PU) para generar **combinaciones de 3 atributos:**

- $PUK_F^+ = PKU \Rightarrow$ no es llave
- $PUL_F^+ = PULMTSKN \Rightarrow$ es llave ($KMLNPSTU \subseteq PUL_F^+ = PULMTSKN$)
- $PUM_F^+ = PUM \Rightarrow$ no es llave
- $PUN_F^+ = PUN \Rightarrow$ no es llave
- $PUS_F^+ = PUSLMTKN \Rightarrow$ es llave
- $PUT_F^+ = PUT \Rightarrow$ no es llave

Ahora debemos probar con conjuntos de 4 atributos. No es necesario analizar todas las combinaciones, solo aquellas combinaciones de 4 atributos que no contengan una llave de 3 atributos. Utilizando las combinaciones de 3 atributos que no son llaves (PUK, PUM, PUN, PUT), le agregamos un atributo para generar las **combinaciones de 4 atributos**:

- $PUKM_F^+ = PUKM \Rightarrow$ no es llave
- $PUKN_F^+ = PUKN \Rightarrow$ no es llave
- $PUKT_F^+ = PUKTLMSTN \Rightarrow$ es llave
- $PUMN_F^+ = PUMN \Rightarrow$ no es llave
- $PUMT_F^+ = PUMTLKSN \Rightarrow$ es llave
- $PUNT_F^+ = PUNT \Rightarrow$ no es llave

Luego, utilizando las combinaciones de 4 que no son llaves ($PUKM, PUKN, PUMN, PUNT$) generamos las **combinaciones de 5 atributos** que no contengan una llave de 4 atributos:

- $PUKMN_F^+ = PUKM \Rightarrow$ no es llave
- $PUKMT, PUKNT$ y $PUMNT$ no se consideran porque contienen las llaves $PUKT$ y $PUMT$, es decir, son superllaves.

Note que no se pueden generar llaves de 6 atributos dado que hay una sola combinación de 5 atributos que no es llave y las demás combinaciones de 5 son superllaves. Luego podemos asegurar que ya se calcularon **todas las llaves candidatas**, las cuales son: $PUL, PUS, PUKT, PUMT$.

Calculo del Cubrimiento Mínimo Reducido

Los pasos a seguir para obtener un **Cubrimiento Mínimo Reducido** para un conjunto de dependencias funcionales son los siguientes:

1. Obtener un **Cubrimiento Mínimo**:
 - 1.1. Obtener un **Cubrimiento Cerrado en Atributos**
 - 1.2. **Eliminar dependencias funcionales redundantes**
2. Obtener el **Cubrimiento reducido**
 - 2.1. **Reducir a izquierda**: eliminar atributos extraños a izquierda.
 - 2.2. **Reducir a derecha**: eliminar atributos extraños a derecha.

Los pasos deben realizarse en el orden descripto para obtener un resultado correcto. Cada paso produce un nuevo conjunto de dependencias funcionales que es utilizado en el próximo paso.

Ejemplo: Considere el siguiente conjunto de dependencias funcionales definido sobre $R(ABCDE)$:

$$F = \{A \rightarrow C, D \rightarrow A, CD \rightarrow A, DAE \rightarrow B\}$$

1. Cubrimiento Mínimo

1.1. Cubrimiento Cerrado en Atributos

Reemplazar cada dependencia funcional de la forma $X \rightarrow A \in F$ por la dependencia $X \rightarrow X_F^+$. Calculamos las clausuras de los lados derechos de todas las d.f. en F :

$$(A)_F^+ = AC \quad (D)_F^+ = DAC \quad (CD)_F^+ = CDA \quad (DAE)_F^+ = DAEB$$

Luego el **Cubrimiento Cerrado en Atributos** obtenido es:

$$M_1 = \{A \rightarrow AC, D \rightarrow ACD, CD \rightarrow ACD, DAE \rightarrow ABCDE\}$$

1.2. Eliminar dependencias funcionales redundantes

Eliminar de M_1 todas aquellas d.f. $X \rightarrow Y$ tales que $M_1 \setminus \{X \rightarrow Y\} \models \{X \rightarrow Y\}$ (i.e., $Y \subseteq (X)_{M_1 \setminus \{X \rightarrow Y\}}^+$)
 Analizamos cada una de las d.f. de M_1 de izquierda a derecha:

- $A \rightarrow AC$ **no** es redundante en M_1 porque $AC \not\subseteq (A)_{M_1 \setminus \{A \rightarrow AC\}}^+ = A$
- $D \rightarrow ACD$ **no** es redundante en M_1 porque $ACD \not\subseteq (D)_{M_1 \setminus \{D \rightarrow ACD\}}^+ = D$
- $CD \rightarrow ACD$ es **redundante** en M_1 porque $ACD \subseteq (CD)_{M_1 \setminus \{CD \rightarrow ACD\}}^+ = ACD$

$$M_2 = M_1 \setminus \{CD \rightarrow ACD\} = \{A \rightarrow AC, D \rightarrow ACD, DAE \rightarrow ABCDE\}$$

- $DAE \rightarrow ABCDE$ **no** es redundante en M_2 porque $ABCDE \not\subseteq (DAE)_{M_2 \setminus \{DAE \rightarrow ABCDE\}}^+ = DAEC$.

Luego el **Cubrimiento mínimo** obtenido es:

$$M_2 = \{A \rightarrow AC, D \rightarrow ACD, DAE \rightarrow ABCDE\}$$

$$M_2 = \{A \rightarrow AC, D \rightarrow ACD, DAE \rightarrow ABCDE\}$$

2. Cubrimiento reducido

2.1. Reducir a izquierda

Eliminar los atributos extraños a izquierda de todas las dependencias funcionales en M_2 .

Dada una d.f. de la forma $XA \rightarrow Y \in M_2$, A es extraño a izquierda si $M_2 \models \{X \rightarrow Y\}$ (i.e., $Y \subseteq (X)_{M_2}^+$).

- $A \rightarrow AC$ y $D \rightarrow ACD$ no tienen atributos extraños a izquierda dado que tienen un solo atributo del lado izquierdo.
- Eliminamos atributos extraños a izquierda de $DAE \rightarrow ABCDE$
 - D **no** es extraño a izquierda en $DAE \rightarrow ABCDE$ porque $ABCDE \not\subseteq (AE)_{M_2}^+ = AEC$.
 - A es extraño a izquierda en $DAE \rightarrow ABCDE$ porque $ABCDE \subseteq (DE)_{M_2}^+ = DAECB$.

$$M_3 = M_2 \setminus \{DAE \rightarrow ABCDE\} \cup \{DE \rightarrow ABCDE\} = \{A \rightarrow AC, D \rightarrow ACD, DE \rightarrow ABCDE\}$$

- E **no** es extraño a izquierda en $DE \rightarrow ABCDE$ porque $ABCDE \not\subseteq (D)_{M_3}^+ = DAC$.

Luego el **Cubrimiento mínimo reducido a izquierda** obtenido es:

$$M_3 = \{A \rightarrow AC, D \rightarrow ACD, DE \rightarrow ABCDE\}$$

2.2. Reducir a derecha

Eliminar los atributos extraños a derecha de todas las dependencias funcionales en M .

Dada una d.f. de la forma $X \rightarrow YA \in M_3$, se dice que A es extraño a derecha en si:

$M_3 \setminus \{X \rightarrow YA\} \cup \{X \rightarrow Y\} \models \{X \rightarrow YA\}$ (i.e., $A \subseteq (X)_{M_3 \setminus \{X \rightarrow YA\} \cup \{X \rightarrow Y\}}^+$)

- Algunos atributos son *trivialmente extraños a derecha* y pueden eliminarse directamente. Un atributo A es trivialmente extraño a derecha en una d.f. de la forma $X \rightarrow YA$, si $A \in X$. Eliminamos los atributos *trivialmente extraños a derecha*:

- $A \rightarrow C$ no tiene atributos extraños a derecha dado que tiene un solo atributo del lado derecho.
- Eliminamos atributos extraños a derecha de $D \rightarrow AC$

- A **no** es extraño a derecha en $D \rightarrow AC$ porque $AC \not\subseteq (D)_{M_4 \setminus \{D \rightarrow AC\} \cup \{D \rightarrow C\}}^+ = DC$.
- C es **extraño a derecha** en $D \rightarrow AC$ porque $AC \subset (D)_{M_4 \setminus \{D \rightarrow AC\} \cup \{D \rightarrow A\}}^+ = DAC$

$$M_5 = M_4 \setminus \{D \rightarrow AC\} \cup \{D \rightarrow A\} = \{A \rightarrow C, D \rightarrow A, DE \rightarrow ABC\}$$

- Eliminamos atributos extraños a derecha de $DE \rightarrow ABC$

- A es **extraño a derecha** porque $ABC \subseteq (DE)_{M_5 \setminus \{DE \rightarrow ABC\} \cup \{DE \rightarrow BC\}}^+ = DEACB$.

$$M_6 = M_5 \setminus \{DE \rightarrow ABC\} \cup \{DE \rightarrow BC\} = \{A \rightarrow C, D \rightarrow A, DE \rightarrow BC\}$$

- B **no** es extraño a derecha en $DE \rightarrow BC$ porque $BC \not\subseteq (DE)_{M_6 \setminus \{DE \rightarrow BC\} \cup \{DE \rightarrow C\}}^+ = DECA$.
- C es **extraño a derecha** en $DE \rightarrow BC$ porque $BC \subseteq (DE)_{M_6 \setminus \{DE \rightarrow BC\} \cup \{DE \rightarrow B\}}^+ = DEBAC$.

$$M_7 = M_6 \setminus \{DE \rightarrow BC\} \cup \{DE \rightarrow B\} = \{A \rightarrow C, D \rightarrow A, DE \rightarrow B\}$$

Luego el **Cubrimiento Mínimo Reducido** obtenido es:

$$M_7 = \{A \rightarrow C, D \rightarrow A, DE \rightarrow B\}$$